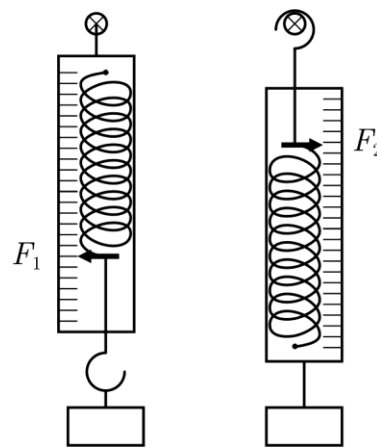


Задача 1

У Васи есть два совершенно одинаковых динамометра с очень легкими пружинами и массивными корпусами. Эти динамометры не отградуированы, но оба имеют шкалы с линейной зависимостью показаний от растяжения пружины. Если к крючку пружины динамометра подвесить груз с известной массой m , и держать динамометр за корпус вертикально, то динамометр показывает некоторое значение F_1 (см. рисунок). Если прикрепить тот же груз к корпусу динамометра и удерживать динамометр с грузом в вертикальном положении за крючок пружины, то динамометр показывает другое значение F_2 (причем $F_2 > F_1$). Вася привязал другой груз с неизвестной массой M между двумя динамометрами, и держит сверху эту конструкцию за ее наивысшую точку так, что динамометры занимают вертикальное положение. При этом верхний динамометр показывает значение F_3 , а нижний динамометр показывает значение F_4 . Основываясь на результатах проведенных измерений, Вася вычислил массу M груза. Чему может быть равна эта масса M , если все четыре упомянутых показания динамометров различны и не равны нулю? Крючок пружины ненагруженного динамометра выступает за пределы его корпуса.



Ответ: масса груза в зависимости от способа его подвешивания могла быть равна $M = \frac{F_1 - F_2 + F_3 - F_4}{F_1 - F_4} m$, или $M = \frac{F_1 - F_2 + F_3 - F_4}{F_2 - F_4} m$, или $M = \frac{F_3 - F_4}{F_2 - F_4} m$, или $M = \frac{2F_1 - 2F_2 + F_3 - F_4}{F_1 - F_4} m$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

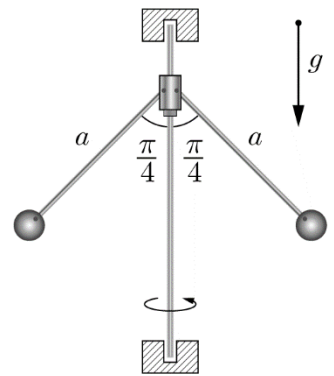
Критерии

1. Показание F_1 линейно зависит от массы подвешенного груза ($F_1 = A + m\alpha$) 1 балл
 2. Показание F_2 линейно зависит от массы подвешенного груза ($F_2 = A + (m + m_k)\alpha$) 1 балл
- Далее рассмотрены 4 возможных варианта подвешивания динамометров и груза:
3. У обоих динамометров пружины находятся ниже корпусов ($M = \frac{F_1 - F_2 + F_3 - F_4}{F_1 - F_4} m$) 2 балла
 - 3.1. $F_3 = A + (m_k + M)\alpha$ 1 балл
 - 3.2. $F_4 = A$ 1 балл
 4. У обоих динамометров пружины находятся выше их корпусов ($M = \frac{F_1 - F_2 + F_3 - F_4}{F_2 - F_4} m$) 2 балла
 - 4.1. $F_3 = A + (2m_k + M)\alpha$ 1 балл
 - 4.2. $F_4 = A + \alpha m_k$ 1 балл
 5. У верхнего динамометра пружина находится ниже корпуса, а у нижнего динамометра – выше корпуса ($M = \frac{F_3 - F_4}{F_2 - F_4} m$) 2 балла
 - 5.1. $F_3 = A + (m_k + M)\alpha$ 1 балл
 - 5.2. $F_4 = A + \alpha m_k$ 1 балл
 6. У верхнего динамометра пружина находится выше корпуса, а у нижнего динамометра – ниже корпуса ($M = \frac{2F_1 - 2F_2 + F_3 - F_4}{F_1 - F_4} m$) 2 балла
 - 6.1. $F_3 = A + (2m_k + M)\alpha$ 1 балл
 - 6.2. $F_4 = A$ 1 балл

ВСЕГО: 10 баллов.

Задача 2

На рисунке изображена упрощенная модель центробежного регулятора. Два одинаковых тяжёлых груза при помощи лёгких жестких стержней с длиной a и шарниров соединены с вращающимся валом, ось которого вертикальна. Конструкция шарниров позволяет стержням свободно отклоняться от этой оси, однако грузы и вал вращаются с одинаковой угловой скоростью ω , которая поддерживается постоянной при помощи внешнего привода. Установившиеся при вращении равновесные положения стержней таковы, что угол между стержнями равен 90° . Определите период малых колебаний грузов относительно положения равновесия при вращении. Трения в шарнирах и в подшипниках крепления вала нет. Размеры грузов малы по сравнению с длиной стержней.



Ответ: период малых колебаний грузов относительно положения равновесия равен $T = 2\pi\sqrt{\frac{a\sqrt{2}}{g}}$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 20 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

1. Показано, что положение равновесия груза в неинерциальной системе отсчета достигается под действием трёх сил (тяжести, натяжения и инерции), или что в инерциальной системе отсчета сумма сил натяжения и тяжести порождает центростремительное ускорение. Получена формула $mg = m\omega^2 R_0$ 4 балла
2. Верно найден период колебаний (всего 16 баллов)
 - 2.1 Получена верная зависимость горизонтальной силы, действующей на груз, от x : $F = mg \frac{x+a}{a} = mg \left(1 + \frac{x}{a}\right)$ 5 баллов
 - (Если в качестве обобщённой координаты выбран угол, то за правильную зависимость $F(\varphi)$ тоже ставится 5 баллов)
 - 2.2 Правильно записан второй закон Ньютона в проекциях на ось Ox и на перпендикулярное направление. 5 баллов
 - (Если вводится потенциал силового поля F , то за правильную зависимость потенциала от x или от угловой координаты тоже ставится 5 баллов)
 - 2.3 Сделаны правильные приближенные вычисления, выведено верное уравнение гармонических колебаний 4 балла
 - 2.4 Верно найден период малых колебаний 2 балла

Если период колебаний найден в нулевом приближении ($T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{a}{\sqrt{2}g}}$), то за такое решение ставится

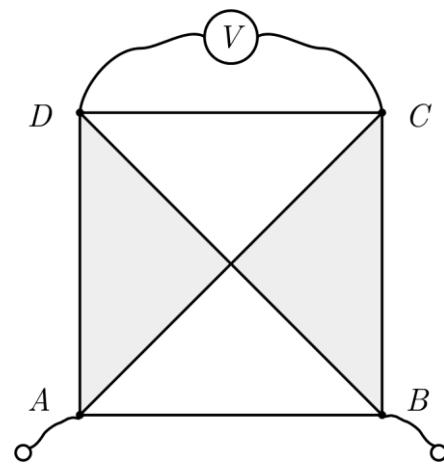
всего 7 баллов.

Примечание. Решение, которое основывается на утверждении о том, что в исходной инерциальной системе отсчета энергия вращающихся грузов при их колебаниях вокруг положения равновесия сохраняется, является неправильным. Дело в том, что для поддержания постоянной угловой скорости вращения при колебаниях грузов внешний привод должен совершать работу. Энергетическое рассмотрение может быть успешно проведено во вращающейся неинерциальной системе отсчета, но при этом необходимо учитывать потенциальную энергию груза в поле центробежной силы.

ВСЕГО: 20 баллов.

Задача 3

Квадратная пластина составлена из проводников двух сортов: серого и белого (см. рисунок). Удельное сопротивление белого проводника вдвое меньше, чем серого. Сопротивление пластины между вершинами A и B равно r_1 . Если через эти вершины пропускать ток силой I , то идеальный вольтметр, подключенный к вершинам C и D , показывает значение напряжения U_1 . После охлаждения пластины удельное сопротивление белых проводников уменьшилось вдвое, а серых – в восемь раз. Сопротивление пластины между вершинами A и B при этом стало равным r_2 , а при пропускании через эти вершины прежнего тока силой I тот же вольтметр стал показывать значение U_2 .



1) Найдите сопротивление пластины между вершинами B и C до её охлаждения.

2) Найдите сопротивление пластины между вершинами A и C до её охлаждения.

Ответ: 1) сопротивление пластины между вершинами B и C до её охлаждения равно $4r_2$; 2) сопротивление пластины между вершинами A и C до её охлаждения равно $R_{AC} = \frac{1}{2}(r_1 + 4r_2) + \frac{U_1 + 4U_2}{2I}$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 20 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

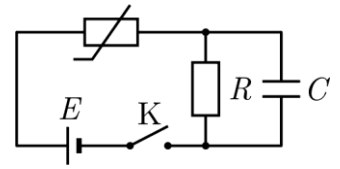
Критерии

- | | |
|---|----------|
| 1. Найдены потенциалы вершин пластины до охлаждения (1 балл за каждый потенциал) | 4 балла |
| 2. Доказано, что сопротивление пластины между вершинами B и C до её охлаждения равно $4r_2$ | 5 баллов |
| 3. Правильно найдены потенциалы вершин пластины до охлаждения, если ток протекает через вершины B и C | 4 балла |
| 4. Рассмотрена суперпозиция двух исходных не охлажденных пластин: при пропускании тока силой I через вершины A и B и при пропускании того же тока через вершины B и C | 4 балла |
| 5. Получен верный ответ $R_{AC} = \frac{(\frac{1}{2}Ir_1 + 2U_2) - (-\frac{1}{2}U_1 - 2Ir_2)}{I} = \frac{1}{2}(r_1 + 4r_2) + \frac{U_1 + 4U_2}{2I}$ | 3 балла |

ВСЕГО: 20 баллов.

Задача 4

Нелинейный элемент бареттер обладает свойством поддерживать постоянным силу тока через себя в некотором диапазоне рабочих напряжений от U_0 до U_1 (диапазон напряжений стабилизации). Обозначим эту постоянную силу тока через I_0 (ток стабилизации). При напряжениях, меньших U_0 , бареттер ведет себя как резистор с сопротивлением $R_0 = U_0/I_0$. Бареттер на схеме цепи изображается как резистор, перечеркнутый отрезком ломаной линии, похожим на клюшку.



Используя бареттер, конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ, идеальную батарейку с ЭДС $E = 6$ В, ключ и резистор с сопротивлением R , собрали цепь, схема которой изображена на рисунке. Параметры бареттера: диапазон напряжений стабилизации от $U_0 = 2$ В до $U_1 = 6$ В, ток стабилизации $I_0 = 20$ мА. Проанализируйте процесс зарядки конденсатора после замыкания ключа при разных значениях сопротивления резистора и ответьте на следующие вопросы.

- 1) До какого напряжения зарядится конденсатор, если $R = 50$ Ом? А если $R = 500$ Ом?
- 2) Пусть $R = 200$ Ом. Чему равна сила тока, текущего через резистор в тот момент, когда скорость изменения энергии конденсатора в процессе зарядки максимальна?
- 3) Пусть $R = 5000$ Ом. За какое время конденсатор зарядится до половины максимального заряда?

Ответ:

- 1) при $R = 50$ Ом конденсатор зарядится до напряжения 1 В, а при $R = 500$ Ом – до напряжения 5 В;
- 2) при $R = 200$ Ом сила тока, текущего через резистор в тот момент, когда скорость изменения энергии конденсатора в процессе зарядки максимальна, равна 10 мА;
- 3) при $R = 5000$ Ом конденсатор зарядится до половины максимального заряда за время 1,5 мс.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 15 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

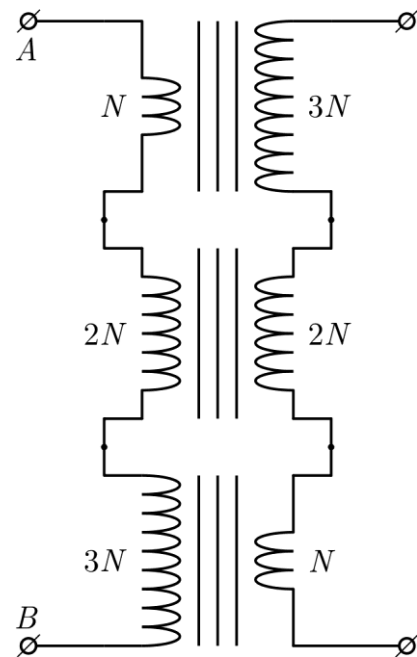
Критерии

- | | | |
|-----|---|------------------|
| 1. | Найдено напряжение, до которого зарядится конденсатор при $R = 50$ Ом | 2 балла |
| 2. | Найдено напряжение, до которого зарядится конденсатор при $R = 5000$ Ом | 2 балла |
| 3. | Определена сила тока через резистор в момент, когда скорость изменения энергии конденсатора максимальна | (всего 6 баллов) |
| 3.1 | Указано, что при $R = 200$ Ом бареттер всё время работает в режиме стабилизации | 1 балл |
| 3.2 | Показано, что ток через резистор в процессе зарядки конденсатора меняется от нуля до 20 мА | 1 балл |
| 3.3 | Записано выражение для энергии конденсатора или для скорости изменения его энергии | 2 балла |
| 3.4 | Сделаны расчёты и получен верный ответ | 2 балла |
| 4. | Найдено время зарядки конденсатора | (всего 5 баллов) |
| 4.1 | Показано, что конденсатор зарядится до напряжения батареи | 2 балла |
| 4.2 | Показано, что в процессе зарядки конденсатора до 3 В бареттер работает в режиме стабилизации, а сила тока через резистор при этом пренебрежимо мала | 2 балла |
| 4.3 | Получено верное значение для времени зарядки до половины максимального заряда | 1 балл |

ВСЕГО: 15 баллов.

Задача 5

В лаборатории решили изготовить три трансформатора с одинаковыми сердечниками. На каждый из сердечников намотали по $4N$ витков провода, по-разному распределив их между первичными и вторичными обмотками трансформаторов. Три полученных трансформатора соединили в цепь, схема которой показана на рисунке. На вход цепи (контакты A и B) подали гармоническое напряжение, а к выходу цепи никакой нагрузки не подключили. Каким может быть для этой цепи отношение амплитуды выходного напряжения к амплитуде входного напряжения? Влиянием обмоток соседних трансформаторов друг на друга можно пренебречь.



Ответ: отношение амплитуды выходного напряжения к амплитуде входного напряжения цепи может принимать три возможных значения: $1/7$, $2/7$ или $5/7$.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! Не допускается снижать оценки за плохой почерк, решение способом, отличающимся от авторского и т.д.

Критерии

- | | | |
|----|--|---------|
| 1. | Индуктивности первичных обмоток трансформаторов относятся как $1 : 4 : 9$ (если двигаться по рисунку сверху вниз) | 1 балл |
| 2. | Напряжения на первичных обмотках относятся как $1 : 4 : 9$ (если двигаться по рисунку сверху вниз) | 1 балл |
| 3. | На выходных обмотках трансформаторов (если двигаться по рисунку сверху вниз) напряжения будут составлять от первичного напряжения $3/14$ части, $4/14$ части и $3/14$ части соответственно | 3 балла |
| 4. | Напряжения вторичных обмоток могут либо совпадать по фазе с входным напряжением, либо быть с ним в противофазе | 2 балла |
| 5. | Отношение амплитуды выходного напряжения к амплитуде входного напряжения цепи может принимать три возможных значения: $1/7$, $2/7$ или $5/7$ (по 1 баллу за каждое значение) | 3 балла |

ВСЕГО: 10 баллов.